

УДК 574.5

## ИНФОРМАЦИОННЫЙ ИНДЕКС И РАЗНООБРАЗИЕ: БОЛЬЦМАН, КОТЕЛЬНИКОВ, ШЕННОН, УИВЕР...

© 2010 Г.С. Розенберг\*

Институт экологии Волжского бассейна РАН, г. Тольятти (Россия)

Поступила 08 октября 2009 г.

Рассматривается проблема приоритета в определении индекса разнообразия, известного как показатель Шеннона.

Ключевые слова: индекс разнообразия Шеннона.

**Rozenberg G.S. INFORMATION INDEX AND DIVERSITY: BOLTZMANN, KOTELNIKOV, SHANNON, WEAVER...**

The priority problem in definition of an index of the variety known as an indicator of Shannon is considered.

Key words: an index of a variety of Shannon.

Написать эту статью меня подвигло письмо Т.М. Михеевой, которая вступила со мной (редактором специального выпуска "Известий Самарского научного центра РАН", несущего всю ответственность за опубликованные материалы и редакционные замечания-сноски) в дискуссию по поводу правильности названия информационного индекса для оценки биоразнообразия в её статье, представленной на IX съезд Гидробиологического общества РАН (Михеева, Лукьянова, 2006). Так как этот показатель очень широко используется в экологических исследованиях, мне подумалось, что будет своевременно еще раз вспомнить его историю и определить правильность его названия.

### 1. «КАК ВАС ТЕПЕРЬ НАЗЫВАТЬ?..»

Для лучшего восприятия «битвы за приоритет» представляется удобным вести изложение цитатами, лишь изредка их комментируя. Итак, начну с трех цитат.

1. Первая – это сноска в статье (Михеева, Лукьянова, 2006, с. 136): индекс Шеннона–Уивера «ошибочно называется индексом Шеннона–Уивера или Шеннона–Вивера (Washington, 1984); правильно называть Шеннона–Винера, так как они предложили индекс независимо друг от друга, практически в одно и то же время: Н. Винер (цит. по: [Washington, 1984]) при обсуждении теории информации в своей книге "Cybernetics", а К. Шеннон в своей одноименной работе, опубликованной с работами В. Вивера в одной книге (Shannon, Weaver, 1949), после чего авторство индекса было ошибочно приписано В. Виверу, а не Н. Винеру (цит. по: [Washington, 1984])».

2. Далее следовала моя контрсноска, как примечание редактора выпуска: «К сожалению, авторы здесь вводят читателя в заблуждение. Все-таки правильно называть его индексом Шеннона–Уивера (С. Shannon, W. Weaver,

---

\* Розенберг Геннадий Самуилович, доктор биологических наук, профессор, чл.-корр. РАН, директор.

1949), т. к. именно с их монографической работы началось его "победное шествие". Хотя, по свидетельству самого Н. Винера, "такая мысль возникала почти одновременно у нескольких авторов", но раньше всего – в работе 1941 г. А.Н. Колмогорова».

3. Третья цитата – из письма Т.М. Михеевой: «Что же касается авторства индекса, то еще большой вопрос, кто вводит читателя в заблуждение. Я не сама все выдумала, а сослалась на более поздние публикации соотечественников Шеннона и Винера, которые обоснованно предлагают использовать название Шеннона–Винера. Скажу более, осведомленная редакция английского журнала "Hydrobiology" исправляет в рукописях авторов Вивера на Винера<sup>1</sup>...».

Немного вспомним историю. «Энтропия» (от греч. ἐντροπία – поворот, превращение) – понятие, которое впервые в рамках термодинамики в 1865 г. ввел Р. Клаузиус для определения меры необратимого рассеивания энергии, меры отклонения реального процесса от идеального. Определённая как сумма приведённых теплот, энтропия является функцией состояния и остаётся постоянной при обратимых процессах, тогда как в необратимых – её изменение всегда положительно. Термин стал широко применяться и в других областях знания: в статистической физике (мера вероятности осуществления какого-либо макроскопического состояния), в теории информации (мера неопределённости какого-либо опыта [испытания], который может иметь разные исходы), в исторической науке (для экспликации феномена альтернативности истории [инвариантности и изменчивости исторического процесса]), в экологии (мера разнообразия биологических объектов) и пр.

В 1877 г. Л. Больцман нашёл, что энтропия системы может относиться к количеству возможных «микросостояний» (микроскопических состояний), согласующихся с их термодинамическими свойствами. Он постулировал, что:

$$S = k \cdot (\ln \Omega) ,$$

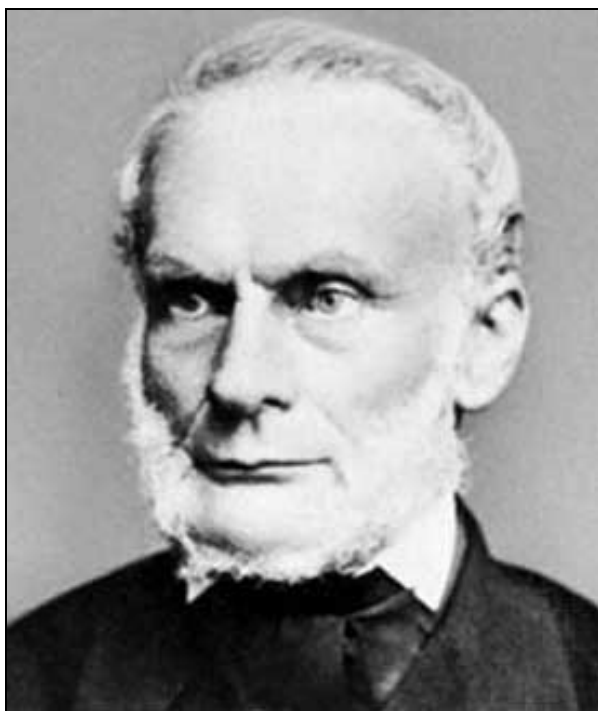
где константу  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К мы знаем теперь как *постоянную Больцмана*, а  $\Omega$  является числом микросостояний, которые возможны в имеющемся макроскопическом состоянии (статистический вес состояния). Этот постулат, известный как *принцип Больцмана*, может быть оценен как начало статистической механики, которая описывает термодинамические системы, используя статистическое поведение составляющих их компонентов.

Однако именно кибернетика и теория информации придали этому понятию и новый импульс, и новое содержание. Вообще-то, в науке существуют представления о «занятом термине», – каким бы удачным не казалось то или иное понятие, перенос его в «другую науку» и на другие системы не желателен, лучше сказать «новое слово в науке...». Классическим примером может служить понятие «экология», которое из первоначально биологического разрослось до «науки обо всем» (Розенберг, 1999). В теории информации одним из ключевых моментов является определение количества информации, «получаемое при со-

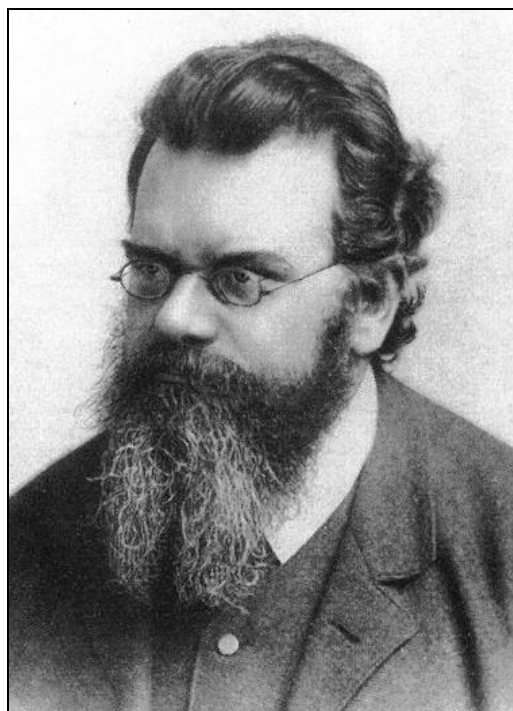
---

<sup>1</sup> Это – не аргумент. В "Ботаническом журнале" мне очень часто меняли новосибирского генетика и математика Б.Г. Миркина на известного уфимского ботаника Б.М. Миркина...

вершенно точном измерении величины, которая заключена между известными пределами» (Винер, 1968, с. 116).



**Клаузиус Рудольф**  
(Rudolf Julius Emanuel Clausius;  
1822-1888) – немецкий физик,  
математик.



**Больцман Людвиг**  
(Ludwig Eduard Boltzmann;  
1844-1906) – австрийский физик-теоретик,  
основатель статистической механики;  
чл.-корр. Петербургской академии наук.

4. «Чтобы подойти к технике связи с этой стороны (как к статистической науке. – Г.Р.), нам пришлось разработать статистическую теорию количества информации. В этой теории за единицу количества информации принимается количество информации, передаваемое при одном выборе между равновероятными альтернативами. Такая мысль возникла почти одновременно у нескольких авторов, в том числе у статистика Р.А. Фишера, у д-ра Шеннона из Белловских телефонных лабораторий и у автора настоящей книги. При этом Фишер исходил из классической статистической теории, Шеннон – из проблемы кодирования информации, автор настоящей книги – из проблемы сообщения и шумов в электрических фильтрах. Следует, однако, отметить, что некоторые мои изыскания в этом направлении связаны с более ранней работой Колмогорова в России (см.: [Колмогоров, 1941]. – Г.Р.), хотя значительная часть моей работы была сделана до того, как я обратился к трудам русской школы» (Винер, 1968, с. 55). Но далее, на с. 117, когда вводится «энтропийная мера» количества информации, Винер подчеркивает, что она предложена в личном сообщении Дж. фон Неймана...
5. «Но что же такое информация? Чем измерять её количество? Шеннону пришлось ответить на эти вопросы еще до того, как он приступил к исследованиям пропускной способности каналов связи. В своих работах 1948-49 гг. он определил количество информации через энтропию – величину, известную в термодинамике и статистической физике как мера разупорядочно-

сти системы, а за единицу информации принял то, что впоследствии окрестили «битом», то есть выбор одного из двух равновероятных вариантов. Позже Шеннон любил рассказывать, что использовать энтропию ему посоветовал знаменитый математик Джон фон Нейман (! – Г.Р.), который мотивировал свой совет тем, что мало кто из математиков и инженеров знает об энтропии, и это обеспечит Шеннону большое преимущество в неизбежных спорах. Шутка это или нет, но как трудно нам теперь представить, что всего полвека назад понятие "количество информации" еще нуждалось в строгом определении и что это определение могло вызвать какие-то споры» (Серый, 1998).



**Фишер Рональд**  
(Sir Ronald Aylmer Fisher; 1890-1962) – британский статистик, генетик, эволюционист; автор ряда широко используемых биометрических методов; оценивать количество информации предложил в работе (Fisher et al., 1943).



**Нейман Джон фон** (John von Neumann; венг. Neumann János Lajos; 1903-1957) – венгро-американский математик; наиболее известен как праотец современной архитектуры компьютеров, создатель теории игр и клеточных автоматов.

6. «Величина, которую мы здесь определяем как количество информации, противоположна по знаку величине, которую в аналогичных ситуациях обычно определяют как энтропию. Данное здесь определение не совпадает с определением Р.А. Фишера для статистических задач, хотя оно также является статистическим определением и может применяться в методах статистики...» (Винер, 1968, с. 118).



**Винер Норберт** (Norbert Wiener; 1894-1964), американский математик, основоположник кибернетики.

Сын профессора славистики, выходца из России, Норберт Винер получил ученую степень доктора философии в Гарвардском университете в возрасте 18 лет. Затем он работал вместе с Бертраном Расселом (Bertrand Arthur William Russell; 1872-1970) в Кембридже и Дэвидом Гильбертом (David Hilbert; 1862-1943) в Геттингене. По окончании первой мировой войны Винер стал преподавать в Массачусетском технологическом институте (Massachusetts Institute of Technology [MIT]), где выполнил целый ряд математических исследований мирового класса.

С началом второй мировой войны Винер был привлечен к решению математических задач, связанных с управлением зенитным огнем на основании информации, получаемой от радиолокационных станций. Огромное значение для формирования взглядов Винера на проблему «человек и компьютер» имела совместная работа в Мексике с психологом и кардиологом Артуро Розенблютом (Arturo Rosenblueth; 1900-1970), именно ему была посвящена книга "Кибернетика".

«Мне хотелось рассказать о новой



**Уивер Уоррен** (Warren Weaver; 1894-1978) – американский математик, основоположник машинного перевода, организатор (менеджер) науки.

После окончания в 1919 г. университета в Висконсине, Уоррен Уивер работал ассистентом профессора математики в Калифорнийском технологическом институте; с 1932 г. более 20 лет возглавлял отдел естественных наук Рокфеллеровского фонда (одним из первых он понял перспективность применения в биологии физических и химических методов и способствовал развитию молекулярно-биологических работ, многие из которых в последствии были удостоены Нобелевскими и другими премиями), был вице-президентом Института Слоан Кеттеринг (Sloan Kettering Institute) по изучению рака в Нью-Йорке. В совместной работе с Клодом Шенноном над книгой "Математическая теория связи" (Shannon, Weaver, 1949) он «отвечал» за философско-методологическое обоснование построений Шеннона.

Еще в марте 1947 г. он в своем письме Норберту Винеру (подчеркну, до выхода в свет "Кибернетики") предложил рассматривать задачу перевода текстов с одних языков на другие как еще одну область применения алгоритмов и техноло-

теории информации, созданной Шенноном и мной, и о новой теории прогнозирования, основы которой были заложены доверенной работой Колмогорова и моими исследованиями, касающимися учета будущего движения самолета при зенитной стрельбе» (Винер, 1967, с. 312).

Возможно, Винер первым понял, что появление цифрового компьютера поднимает вопрос о качественно новом уровне взаимодействия человека с машиной. Винер стал основателем *кибернетической философии* и собственной школы, и его заслуга в том, что эта философия была передана ученикам и последователям. Именно школе Винера принадлежит ряд работ, которые, в конечном счете, привели к рождению Интернета.

Аналогия между переводом и дешифрованием (с учетом оценки количества информации) была вполне естественной в обстановке послевоенной эпохи, если учитывать успехи, которых достигла криптография в годы Второй мировой войны. Развивая свои идеи, Уивер после целого ряда дискуссий составил в 1949 г. специальный меморандум (Warren Weaver Memorandum, July 1949), в котором теоретически обосновал принципиальную возможность создания систем машинного перевода. Положения этого меморандума вызвали довольно широкий и активный интерес международного сообщества ученых и инженеров и положили начало *«концепции interlingva»*, конструктивными результатами которой мы пользуемся сегодня.

Клод Шеннон родился и вырос в городе Гэйлорде (Gaylord) штата Мичиган. После окончания Мичиганского университета (1936 г.), Шеннон защищает в 1940 г. в Массачусетском технологическом институте диссертацию, в которой он впервые использовал для нужд системотехники булеву алгебру. В 1941 г. он поступил на работу в Bell Telephone Laboratories и в годы войны занимался разработкой криптографических систем, что позже помогло ему открыть методы кодирования с коррекцией ошибок.

На прочном фундаменте своего определения количества информации Шеннон доказал теорему о пропускной способности зашумленных каналов связи, которая теперь носит его имя: всякий зашумленный канал связи характеризуется своей предельной скоростью передачи информации, называемой *пределом Шеннона*.

В 1985 г. Клод Шеннон и его жена Бетти неожиданно посетили Международный симпозиум по теории информации в английском городе Брайтоне. Почти целое поколение Шеннон не появлялся на конференциях, и поначалу его никто не узнал. Затем участники симпозиума начали перешептываться: вон тот скромный седой джентльмен – это Клод Элвуд Шеннон, тот самый! На банкете Шеннон сказал несколько слов, немного пожонглировал тремя (увы, только тремя; жонглирование было давним увлечением Шеннона, он даже создал общую теорию жонглирования) мячиками, а затем подписал сотни автографов ошеломленным инженерам и ученым, выстроившимся в длиннейшую очередь. Стоящие в очереди говорили, что испытывают такие же чувства, какие испытали бы физики, явись на их конференцию сам сэр Исаак Ньютон. Клод Шеннон скончался 27 февраля 2001 г. в массачусетском доме для престарелых от болезни Альцгеймера (Серый, 1998).



**Шеннон Клод** (Claude Elwood Shannon; 1916-2001) – американский инженер и математик; человек, которого называют отцом современных теорий информации и связи.

Еще один «след» в определении приоритетности создания теории информации и её измерения – отечественный. Выше (цитата 4) уже отмечалась роль работы А.Н. Колмогорова (1941) по статистическим методам в теории связи. Известна и пионерская работа 1933 г. В.А. Котельникова о пропускной способности «эфира и проволоки». Сам Владимир Александрович так характеризовал эту работу: «Кстати, сформулированную в 1930-х годах теорему Котельникова, на которой построен принцип действия электронных машин, телевидения, систем связи, много лет не понимали и не печатали. Через 15 лет эту же теорему доказал знаменитый Клод Шеннон, который считается отцом информатики, *хотя он и ссылается на мою работу (выделено мной. – Г.Р.)*. Но 5 лет назад, пусть с огромным опозданием, мне в Германии вручили самую почетную в нашей области премию Фонда Рейна за первое и принципиальное открытие» (Котельников, Лесков, 2003).



**Колмогоров Андрей Николаевич** (1903-1987) – отечественный математик, основоположник современной теории вероятностей; академик АН СССР.

Мать Колмогорова – Мария Яковлевна умерла при родах, отец – Николай Матвеевич Катаев, по образованию агроном, погиб в 1919 г. во время деникинско-го наступления; мальчик был усыновлён и воспитывался сестрой матери, Верой Яковлевной Колмогоровой. В 1920 г. он поступил на математическое отделение Московского университета. В 1930 г. Колмогоров стал профессором МГУ, с 1933 по 1939 год был директором Института математики и механики МГУ, многие годы руководил кафедрой теории вероятностей механико-математического факультета и Межфакультетской лабораторией статистических методов. В 1935 г. ему была присвоена степень доктора физико-математических наук, в 1939 он был избран академиком АН СССР; незадолго до начала Великой Отечественной войны Колмогорову и А.Я. Хинчину за работы по теории вероятностей была присуждена Сталинская премия.

Трудно, даже кратко осветить вклад



**Котельников Владимир Александрович** (1908-2005) – отечественный ученый и инженер в области радиотехники, радиофизики и информатики; академик АН СССР и РАН.

Владимир Александрович Котельников (В.А.К.) родился в Казани, в семье университетского профессора-математика (дед также был профессором-математиком). В 1926 г. он поступил в Московское высшее техническое училище им. Баумана, на последних курсах перешел в «отпочковавшийся» от МВТУ Московский энергетический институт, который и окончил в 1930 г., получив звание инженера-электрика. В 1932 г. он формулирует *теорему отсчетов*, которая сегодня носит его имя, и стала одной из основополагающих в теории цифровых систем; её значение выходит далеко за рамки теории связи, составляя один из краеугольных камней теории информации.

В этот период Котельников разрабатывает методы борьбы с помехами в системах радиосвязи и вносит существенные усовершенствования в методы приема слабых сигналов. Результаты этих исследований и развитые им новые идеи в области приема радиосигналов и теории по-



Колмогорова в разные области математики – теории вероятностей, операций над множествами, интеграла, гидродинамику, небесную механику и т. д. вплоть до лингвистики. В контексте данной работы нас интересует только статья (Колмогоров, 1941), относящаяся к теории информации, о которой, в своих воспоминаниях, он замечает: «в этой специальной, чисто математической, сфере конкуренция между мною и Н. Винером действительно была, причем основные результаты я получил раньше» [<http://www.kolmogorov.info/curriculum-vitae.html>].

«Я принадлежу к тем крайне отчаянным кибернетикам, которые не видят никаких принципиальных ограничений в кибернетическом подходе к проблеме жизни и полагают, что можно анализировать жизнь во всей её полноте, в том числе и человеческое сознание, методами кибернетики» (Колмогоров, 1988).

мехоустойчивости были обобщены в докторской диссертации (для служебного пользования), защищенной в 1946 г., и увидевшие свет лишь через десять лет (Котельников, 1956; «Закрытость и секретность вообще много вреда принесли нашей науке» [Котельников, Лесков, 2003]). Была построена математическая модель «идеального приемника», лучше которого по помехоустойчивости принципиально никакой приемник быть не может. Затем он исследовал воздействие на этот приемник флуктуационных шумов, наиболее сильно искажающих сигнал и наиболее часто действующих в системах связи.

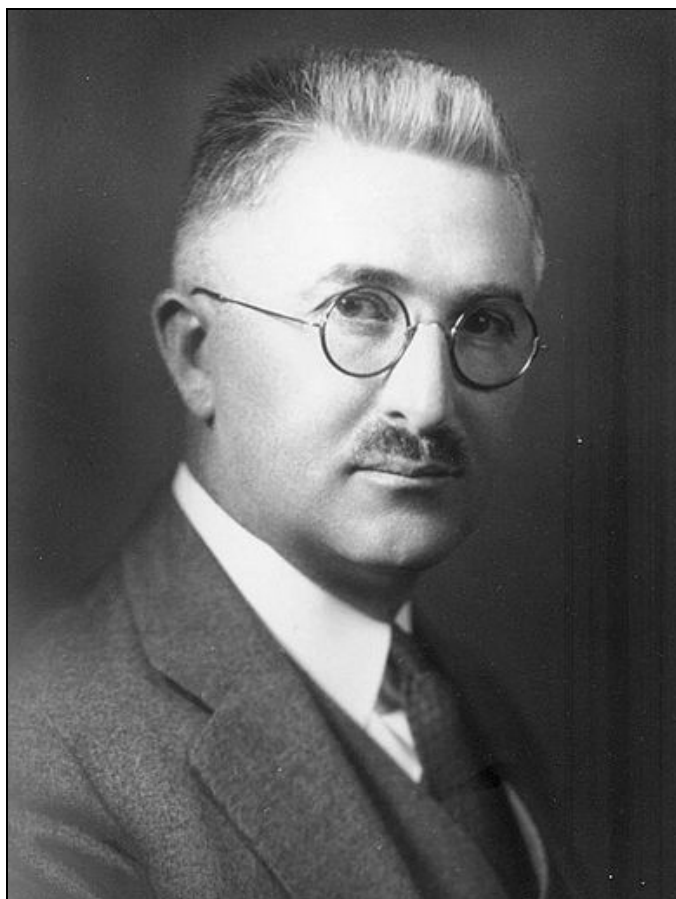
Теория потенциальной помехоустойчивости средств связи принесла В.А. Котельникову мировое признание и сегодня является одной из основополагающих при разработке новых помехоустойчивых средств радиосвязи, систем радиолокации, телеуправления и других радиоустройств.

Правда, хотя и считается, что основу теории информации составили эти две фундаментальные работы (докторская диссертация В.А. Котельникова "Теория потенциальной помехоустойчивости при флуктуационных помехах" (1946 г.) и статья К. Шеннона "Математическая теория связи" [Shannon, 1948], принесшая ему мировую известность), спор об их «достаточности» продолжается. Очень хорошо это проиллюстрировано в научно популярной работе Н.Т. Петровича (1986, с. 42), в которой информационные проблемы обсуждают Автор (А) и Оппонент (О):

7. «О: Насколько я помню, К. Шеннон опроверг результаты В. Котельникова. Ведь он показал, что при некоторых условиях можно полностью избавиться от искажающего действия помех. Кажется, так?

А: Во-первых, не полностью избавиться, а в точной формулировке принять "со сколь угодно малой ошибкой". То есть маленькая щелочка для помех остается. Во-вторых, никакого опровержения результатов В. Котельникова нет. Результаты этих ученых относятся к разным системам связи. В. Котельников изучал передачу без избыточности, т. е. никаких дополнительных элементов в сигнале, кроме необходимых для переноса информации, не было. К. Шеннон построил математическую модель не только идеального приемника, а всей системы связи. При этом считая, что в ней используются идеальные сигналы, лучше которых не существует. Хотя модель, к сожалению, не позволяет полностью раскрыть эти идеальные сигналы, но подсказывает, что это сигналы, безусловно, с избыточностью. Это значит, что, кроме посылок, несущих информацию, вводятся дополнительные посылки, не несущие информации, вводимые по определенным правилам и позволяющие на приеме уменьшить или даже исключить ошибки из-за действия

помех. Этот метод защиты от помех получил название избыточного кодирования. Ясно, что введение дополнительных символов, не несущих информации, снижает скорость передачи. При высокой эффективности избыточного кодирования это снижение скорости может быть в несколько раз. Таким образом, результат В. Котельникова относится к системам без избыточного кодирования, а результат К. Шеннона – к системам с избыточным кодированием, передающим информацию с меньшей скоростью. Для определения этой предельной, то есть максимально возможной, скорости передачи в идеальной системе связи со сколь угодно малой вероятностью ошибки К. Шеннон и получил весьма простую и изящную формулу».



**Хартли Ральф** (Ralph Vinton Lyon Hartley; 1888-1970) – американский инженер, электронщик; автор более 70 патентов-изобретений (в т. ч. электронного LC-генератора – Hartley oscillator).

Таким образом, в 1948 г. К. Шеннон впервые представил свою, сегодня всем хорошо знакомую, формулу для энтропии дискретного множества частот  $p_1, \dots, p_n$ :

$$H = -\sum p_i \cdot \log_2 p_i$$

Но и это – не всё. Эта классическая статья Шеннона (Shannon, 1948, p. 379) начинается так:

8. «Современное развитие различных методов модуляции, типа РСМ и РРМ (*сжимающая числоимпульсная и фазоимпульсная модуляции*. – Г.Р.), которые меняют полосу пропускания на отношение сигнал/шум, усилило интерес к общей теории связи. Основание для такой теории содержится в важных статьях Найквиста и Хартли. В данной статье мы расширим теорию за счет включения множества новых факторов, в особенности шумовых эффектов в канале, и сохранения информации, используя статистическую структуры первоначального сообщения».

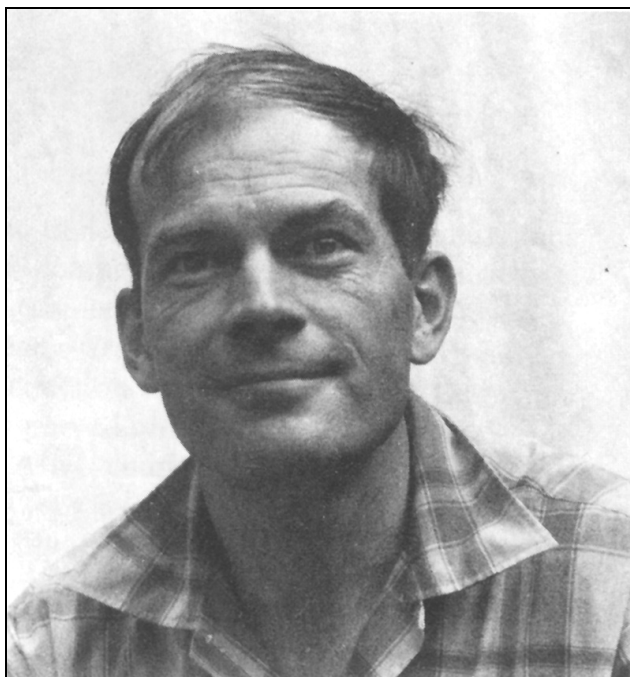
Иными словами, в измерении информации К. Шеннон «стоял на плечах» Р. Хартли (Hartley, 1928, p. 540), который определил энтропию опыта  $H$ , как среднее значение неопределенности только для  $d$  в  $u$  отдельных исходов:

$$H = -p \cdot \log_2 p - (1-p) \cdot \log_2 (1-p).$$

Всё это позволяет выстроить следующую последовательность: Клаузиус – Больцман – Хартли – Колмогоров – фон Нейман – Котельников – Фишер – Винер, Шеннон, Уивер.

## 2. «Энтропийная информация» и экология

Введение в экологию информационных представлений и индекса для измерения информации следует связать с именами Р. Мак-Артура (MacArthur, 1955)<sup>2</sup> и Р. Маргалефа (Margalef, 1957, 1968). В дальнейшем в изложении этого раздела буду следовать за нашими коллективными работами (Шитиков и др., 2003, 2005).



**Мак-Артур Роберт** (Robert MacArthur; 1930-1972) – американский математик, эколог.



**Маргалеф Рамон** (Margalef [i López] Ramón; 1919-2004) – испанский гидробиолог, эколог.

<sup>2</sup> Р. Мак-Артур называет в этой статье индекс мерой информации, но ссылается (с. 534) на работу (Shannon, Weaver, 1949).

Еще раз напомним, что под *разнообразием* (однородностью, выравненностью) обычно понимают то свойство (Левич, 1980), которое отличает, например, сообщество из 12 особей трех видов с распределением (4, 4, 4) от сообщества (10, 1, 1). Стремление представить характер такого распределения, заданного большим набором численностей, в компактном виде одним числом приводит к *обобщенным индексам*, форма выражения которых, начиная с работ Мак-Артура и Маргалефа, связывается с мерами количества информации.

При расчете энтропии  $H$  считается, что каждая проба – случайная выборка из сообщества, а соотношение видов в пробе отражает их реальное соотношение в природе. В качестве оценок вероятностей независимых событий  $p_i$  могут быть использованы следующие апостериорные отношения:

- *удельная численность*  $i$ -го вида, как частное от деления его численности  $N_i$  на общую численность всех видов, взятых для анализа:  $p_i = N_i / \sum N_i$ ;
- *удельная биомасса*  $i$ -го вида, как частное от деления его биомассы  $B_i$  на общую биомассу всех видов в пробе:  $p_i = B_i / \sum B_i$ .

Чуть позже Р. Маргалеф (Margalef, 1958), ссылаясь на формулу Л. Больцмана для энтропии изолированных термодинамических систем, предложил другое выражение для индекса разнообразия:

$$\bar{H} = \frac{1}{N} 1,443 \cdot \ln \frac{N!}{n_1! + n_2! + \dots + n_N!},$$

где  $N!$  – факториальная величина всех исследуемых видов,  $n_i!$  – факториал от числа особей каждого вида. Сопоставляя эту формулу, индекс  $H$  и известную из школьной комбинаторики формулу для числа перестановок из предметов  $k$  различных типов<sup>3</sup>, нетрудно увидеть, что последнее выражение – просто иная форма расчета энтропии по Шеннону, не нашедшая, впрочем, широкого применения (поскольку, например, факториал от 34 составляет  $3 \times 10^{38}$  и является последним факториалом, вычисляемым на современном компьютере без использования специальных приемов).

Использование индекса  $H$  в экологии связано с рядом его действительных и мнимых свойств, которые представляется интересным обсудить.

9. Разнообразие в индексе Шеннона<sup>4</sup> «трактруется как приходящееся на одну особь количество информации, заключенное в распределениях по видам, особям, или энергии по трофическим связям» (Алимов, 2000, с. 18). Как уже было рассмотрено выше, энтропия  $H$  отражает лишь один единственный аспект – *степень выравненности вероятностей* независимых событий (т. е. степень неопределенности встретить какой-либо вид). Сама по себе

<sup>3</sup>  $P(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{N!}{n_1! n_2! \dots, n_k!}$ , где  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$  (авторство формулы «маячит» где-то в

глубине XVII в. между Б. Паскалем и Я. Бернулли). Опуская математические доказательства, приводимые А.М. Ягломом и И.М. Ягломом (1973), запишем равенство, в котором  $H$  – энтропия:

$\frac{N!}{n_1! n_2! \dots, n_k!} \cong 2^{HN}$ .

<sup>4</sup> А.Ф. Алимов, как видим, использует название «индекс Шеннона».

используемая оценка вероятности  $p_i = N_i / \sum N_i$  полностью исключает учет в  $H$  каких-либо данных об абсолютном количестве организмов, либо их биомассе. Одинаковые значения  $p_i$  получаются как при больших (2000/10000), так и при малых (2/10) численностях особей; поэтому в интерпретациях индекса можно говорить только об *относительном* характере распределения информационных связей, вещества и энергии по отдельным таксонам, не затрагивая особь. И, наконец, сама по себе концепция *независимости* событий, заложенная в оценке энтропии, не предполагает оценку каких-либо структурных взаимодействий между таксонами, тем более, трофических связей между ними.

10. «Индекс Шеннона является мерой информации, содержащейся в экологической системе, подобно количеству информации в последовательности битовых сигналов в каналах связи» (Маргалев, 1992, с. 89). Аналогия с каналами связи, где каждый очередной бит уменьшает неопределенность  $H$  передаваемого сообщения и одновременно увеличивает количество принятой информации  $I$ , достаточно поверхностна, ибо никому еще не удалось разложить данные об экосистеме в последовательность *взаимобусловленных* квантов информации. К тому же, энтропия  $H$  не вполне тождественна информации, а, с сугубо гносеологических позиций, является ее антиподом. И, наконец, информация о внутренней организации экосистемы, объективно присутствующая в структурах организмов, потоках между этими структурами, петлях обратной связи и пр., далеко не сводится только к разнообразию (тем более, к популяционной эквитабельности). Поэтому этот индекс, как с сожалением заметил А.Ф. Алимов (2000, с. 133), «скорее всего несет информационную нагрузку для исследователей, но не для экосистемы. Для понимания и оценки информационных процессов и потоков информации информацию следует рассматривать как некую характеристику внутренней организации системы, которая проявляется при воздействии объектов и процессов».

11. «Этот индекс суммирует большое количество информации о численности и видовом составе организмов, учитывая число видов и степень их доминирования» (Алимов, 2000, с. 17-18). «Существенным достоинством индекса разнообразия является его полная независимость от биоценотического сходства сравниваемых сообществ и возможность оценки степени разнообразия каждого ценоза в отдельности» (Баканов, 2000, с. 73). Действительно, существует прямая функциональная связь между  $H$  и числом видов в сообществе  $S$ . Если видовой состав относительно невелик ( $S < 30$ ), то на величину  $H$  преимущественно влияет значение количества видов, нежели характер эквитабельности числа особей. С увеличением  $S > 60$  влияние числа видов на величину  $H$  существенно ослабевает. Параллельная зависимость индекса Шеннона от двух факторов биоразнообразия (видовой плотности и выравнимости) является одновременно его достоинством и недостатком. Достоинство заключается в «комплексности» индекса, а недостаток – в том, что невозможно оценить по предъявленному значению, какой из этих двух факторов превалирует. Из сказанного вытекает практическое требование к корректности сравнения индексов Шеннона для различных биоценозов: размерность видового пространства сравниваемых структурных комплексов должно быть примерно одинаковой. Избежать этого можно, ис-

пользуя не все виды, найденные в пробе, а только некоторый «стандарт» из 10-15 преобладающих видов, составляющих приблизительно 90% общей численности или биомассы, так как именно они в конечном итоге определяют структуру и продуктивность сообщества (Баканов, 2000).

12. «При больших размерах площадок этот индекс хорошо гасит влияние количественного соотношения первых видов. Гасится также и эффект малообильных и редких видов... Низкие дисперсии для  $H$  дают реалистические результаты, хотя отчасти обманчивы, так как  $H$  логарифмически меняется при изменении числа видов. Для площадок с ограниченным числом видов  $H$  никогда не имеет низкой дисперсии и не стабилен при изменении количественного соотношения между доминантными видами... При использовании  $H$  для оценки некоторых сообществ может быть получен результат, способный ввести в заблуждение...» (Whittaker, 1972, p. 224; Уиттекер, 2004, с. 347). Для элиминации влияния числа видов  $S$  Э. Пилу (Pielou, 1966a, b, 1975) предложила *индекс выравненности экологических сообществ*:

$$H' = H / H_{max} = H / \log_2 (1/S),$$

который зависит только от равномерности распределения обилия по таксонам, поскольку представляет собой степень уклонения энтропии  $H$  от её максимального значения  $H_{max} = \log_2 (1/S)$ . Правда, эти «поправки» не у всех исследователей вызвали одобрение. Так, Р. Уиттекер (Whittaker, 1972, p. 224-225; Уиттекер, 2004, с. 348) заметил: «Пилу защищает необходимость использования при таких ситуациях информационного индекса Бриллюэна. Я не могу согласиться ни с математической корректностью предлагаемого Пилу индекса, ни с правомерностью его приложения к данным о сообществах. Я убежден, что для экологических данных индекс Бриллюэна (который наиболее сложен при расчетах, наиболее нечувствителен к кривой важностей видов, больше зависит от размера площадок и вызывает много вопросов чисто теоретического характера) никогда не будет полно отражать характер площадки лучше, чем индекс Шеннона–Винера<sup>5</sup>, даже если он окажется предпочтительнее в дальнейшем».

13. «При вычислении индекса лучше оперировать не численностью видов, а биомассой, так как она полнее отражает разнообразие функциональных связей в общей энергетике сообщества... Главный недостаток индекса – малая чувствительность к редким видам» (Гиляров, 1969, с. 656). Понятия «лучше» или «хуже» являются в данном случае трудно формализуемой эвристической оценкой и полностью зависят от гипотезы биоразнообразия, принимаемой исследователем при расчете выравниваемых вероятностей  $p_i$ : будь то число особей, их масса или любая другая функция от тех или иных показателей. Можно предложить, например, следующую формулу для расчета  $p_i = (N_i \cdot B_i)^{1/2} / \sum (N_i \cdot B_i)^{1/2}$ , где  $(N_i \cdot B_i)^{1/2}$  – индекс плотности населения (Зенкевич, Броцкая, 1937; цит. по: Шитиков и др., 2003, 2005), которая будет гармонично сочетать оба фактора обилия. Для выделения редких видов, можно использовать любую, предварительно разработанную шкалу весовых

<sup>5</sup> Напомним, что Р. Уиттекер именно так называет этот индекс.

коэффициентов  $\alpha_i$  и рассчитывать вероятности с учетом значимости отдельных таксонов  $p_i = \alpha_i N_i / \sum \alpha_i N_i$ . Возможны и иные конструкции оценок выравниваемости.

14. «Проблемы разнообразия систем наиболее активно исследовались и исследуются в гидробиологии... В частности, именно в гидробиологии индексы разнообразия были впервые успешно использованы как показатели степени загрязнения, эвтрофирования и ацидофикации водоемов...»; объем работ по изучению потоков информации в экосистемах «сопоставим разве что с расшифровкой генетического кода и выполнение его может быть отнесено уже к достижениям XXI в.» (Алимов, 2000, с. 19, 99). Не подвергая сомнению конкретные выведенные статистические связи  $H$  с другими показателями экосистем, следует только подчеркнуть их вероятностный характер. Поскольку экосистемы представляют собой типичные «размытые» множества, особое внимание должно уделяться всестороннему анализу значимости рассчитанных корреляций. В частности, вывод, сделанный А.М. Гиляровым (1969) об обратной зависимости индекса Шеннона от биомассы по отношению к планктонным сообществам, справедлив не для всех типов водоемов и, тем более, не всегда применим к другим типам гидробионтов. Так, данные о низкой значимости статистической связи  $H$  с биомассой, продукцией и ассимиляцией были опубликованы, например, для донных сообществ малых рек Среднего Поволжья (Экологическое состояние..., 1997).

15. «Достоинством индекса Шеннона является независимость от какого-либо гипотетического распределения» (Гиляров, 1969, с. 656). «Индекс почти не зависит от величины пробы и характеризуется нормальным распределением; это обстоятельство позволяет использовать обычные статистические методы для проверки значимости различий между средними» (Одум, 1986, т. 1, с. 165). Энтропия  $H$  зависит только (!) от «величины пробы»: числа анализируемых видов  $S$  и вероятностей  $p_i$  (а через них – от характера распределения численностей или биомасс видов). Логарифмирование исходных гидробиологических показателей, почти всегда существенно приближает характер распределения результирующих значений к нормальному гауссовскому закону (Шитиков и др., 2003, 2005).

16. «Аналогия энтропийной функции с информационным индексом разнообразия поверхностна, поскольку в биологическом смысле однородность может трактоваться и как "порядок", и как "беспорядок"» (Свирижев, Логофет, 1978, с. 275). «Следует искать не абсолютный, а условный максимум как однородности, так и разнообразия, соответствующий устойчивому развитию экосистем. При этом биологически осмысленным ограничением может быть, например, баланс сохранения субстратно-энергетических факторов, потребляемых сообществом» (Левич, 1980, с. 112). Действительно, гипотеза о максимуме биоразнообразия в результате выравниваемости плотностей популяций не соответствует представлениям о способе существования реальных экосистем: трудно представить себе устойчивое сообщество организмов, в котором каждый вид представлен одинаковой численностью или биомассой. Так, в сообществах гидробионтов в результате эволюции образовались некоторые устоявшиеся соотношения численностей отдельных таксонов (например [Шитиков и др., 2005, т. 1, с. 231]: в малых реках Самарской области на 1 особь Coleoptera в среднем обычно приходится 2 экз.

Hemiptera, 3 экз. Bivalvia, 4 экз. Ephemeroptera, 8 экз. Chironomidae, 14 экз. Nematoda и 25 экз. Oligochaeta. Соотношения биомассы варьируется еще в большей степени: {1 : 3 : 10 : 50 : 400 : 2500 : 5000} для Coleoptera, Chironomidae, Oligochaeta, Bivalvia, Gastropoda, Unionidae и Dreissenidae, соответственно). Безусловно, под влиянием тех или иных факторов эти соотношения могут существенно меняться, но их объективная составляющая во многом определяется экологией, аллометрическими характеристиками особей отдельных видов, трофическими связями и пр. В любом случае, соотношении показателей обилия этих групп {1 : 1: ... :1 : 1}, оптимальное в смысле индекса  $H$ , для любого гидробиолога означает не оптимум биоразнообразия экосистемы, а признак экологической катастрофы...

17. «Логично предположить, что в состоянии равновесия сообщество максимально стабильно и, следовательно, должно обладать максимальным разнообразием. Но как легко показать, этому соответствует такая структура сообщества, при которой особи любых видов встречаются с одинаковой частотой [ $\max H$  достигается при  $p_i = 1/S$ ], – все виды одинаково обильны, нет доминирующих видов, в сообществе не существует количественной иерархии. Но наблюдения над реальными сообществами [в частности, над наиболее естественно выделяемыми составляющими биосферы – биогеоценозами] говорят совсем о другом – большинство достаточно долго существующих [а, значит, и устойчивых] сообществ содержит доминирующие виды, которые осуществляют основную работу по переработке вещества и энергии в сообществе, т. е. сообщества имеют иерархическую структуру. Это наводит на мысль, что использование в качестве меры устойчивости сообщества его разнообразия не совсем оправдано» (Свирижев, Логофет, 1978, с. 12-13). Проанализировав видовое богатство и количественный состав более чем 150 различных экосистем, Ю. Одум (1986, т. 2, С. 134) не обнаружил биоценоза с примерно равными значениями показателей относительной представленности видов (случай  $p_1 = \dots = p_s = 1/S$ ): «В природе нигде и никогда не достигается максимальное теоретическое разнообразие, т. е. не бывает так, что одновременно одинаково значимы многие виды; как правило, одни виды всегда более редки, чем другие». *No comment.*

18. «Внутреннее разнообразие экологической системы зависит не только от числа видов, входящих в её состав, но и от того, насколько эти виды полифункциональны. При расчете индексов разнообразия популяции, принципиально отличающиеся по степени своей экологической полифункциональности, полностью приравниваются друг к другу, как если бы они приносили одинаковый вклад во внутреннее разнообразие» (Абакумов, 1987, с. 57). Предельная ясность формулировки освобождает нас от дальнейших комментариев.

19. «Как больцмановская энтропия в статистической физике, так и информационная энтропия в теории информации имеют смысл лишь для ансамблей из слабо взаимодействующих частиц или каких-либо других объектов. Введение энтропийной меры для таких множеств вполне обосновано. Но как только мы имеем дело с системами, элементы которых сильно взаимодействуют между собой, энтропийная мера уже неудовлетворительна. А биологические сообщества, где конкурентные взаимоотношения наиболее сильно проявляются вблизи положения равновесия и вся структура которых



в основном определяется не характеристиками присущими собственно виду, а характеристиками межвидовых взаимоотношений, представляют собой именно системы с сильными взаимодействиями. С этой точки зрения понятны удачи в применении энтропийных мер на ранних стадиях эволюции сообществ. Все дело в том, что на этих стадиях, вдали от положения равновесия, конкуренция еще слаба, конкурентные давления малы, и сообщество вполне может рассматриваться как система со слабыми взаимодействиями» (Свирижев, Логофет, 1978, с. 13-14). «Прозрачность» и этого высказывания также не требует комментариев.

### **3. СВЯЗЬ МЕЖДУ ИНФОРМАЦИОННОЙ И СТРУКТУРНОЙ ФРАКТАЛЬНЫМИ РАЗМЕРНОСТЯМИ**

Факт изменения видового разнообразия экосистем, находящихся в градиенте воздействия какого-либо фактора достаточно тривиален. Менее очевидным является вопрос об оценках разнообразия в структурном и информационном аспектах. Применение с этой целью индекса  $H = -\sum p_i \cdot \log_2 p_i$  не снимает необходимости рассматривать разнообразие в пространственно-временном континууме. И здесь неоценимую помощь оказывает фрактальная геометрия – одна из молодых (всего 30 лет), но очень быстро развивающихся областей современной математики, которая связана с именем Б. Мандельброта. Рождение фрактальной геометрии принято связывать с выходом в 1975 г. на французском языке его книги "Фрактальные объекты: форма, случайность и размерность – Les objets fractals, forme, hasard et dimension". Автор несколько раз перерабатывал это эссе, и в результате в 1982 г. на английском языке вышла книга "Фрактальная геометрия природы – The Fractal Geometry of Nature" (Мандельброт, 2002), ставшая научным супербестселлером. После этой публикации понятие «фрактал» становится все более популярным, в науке начинается своего рода «фрактальный бум», продолжающийся до наших дней.

Классическая работа Б. Мандельброта начинается следующими словами: «Почему геометрию часто называют "холодной" и "сухой"? Одна из причин заключается в её неспособности описать форму облака, горы, береговой линии или дерева. Облака – не сферы, горы – не конусы, береговые линии – не окружности, древесная кора не гладкая, молния распространяется не по прямой. В более общем плане я утверждаю, что многие объекты в Природе настолько иррегулярные и фрагментированы, что по сравнению с Евклидом – термин, который в этой работе означает всю стандартную геометрию, – Природа обладает не просто большей сложностью, а сложностью совершенно иного уровня. Число различных масштабов длины природных объектов для всех практических целей бесконечно» (Мандельброт, 2002, с. 13). В контексте данной работы нас будет интересовать лишь один аспект применения «фрактальной идеологии» в экологических исследованиях – это фрактальный анализ видового разнообразия (Иудин и др., 2003; Гелашвили и др., 2004; 2006; 2007).

Обобщенные фрактальные размерности, являющиеся инструментом мультифрактального анализа, естественным образом отражают структурную гетерогенность сообщества, обусловленную различной представленностью, входящих в его состав видов. Видовая структура сообщества, так же как и характер его пространственного распределения, обладает свойством самоподобия и является

фракталом. В свою очередь, индексы сингулярности мультифрактальной видовой структуры сообщества (Гелашвили и др., 2004) характеризуют скорость уменьшения относительной численности видов с ростом размеров сообщества. На теоретическую адекватность, реалистичность и диагностическую ценность мультифрактального анализа в отношении структурно-функциональной перестройки сообщества указывает и факт разрушения его мультифрактальной структуры при условии равнопредставленности видов (см. цитаты 16-17).



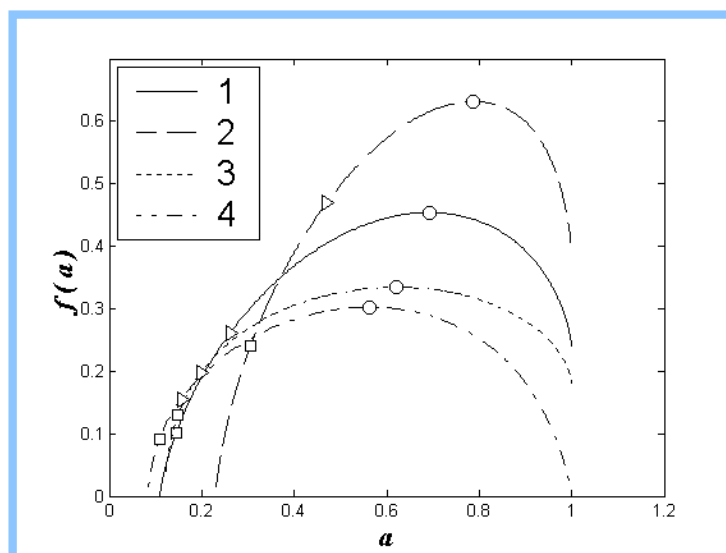
1974 г.



2007 г.

**Мандельброт Бенуа** (Benoit B. Mandelbrot; г.р. 1924) – польско-французский, американский математик; все его научные интересы относятся к междисциплинарной им же созданной области – фрактальной геометрии.

Сопоставление результатов фрактального анализа с показателями видовой структуры сообществ, полученных традиционными методами, не выявляет логических противоречий. Обобщенные фрактальные размерности, являющиеся инструментом мультифрактального анализа, отражают структурную гетерогенность сообщества, обусловленную различной представленностью входящих в его состав видов. *Мультифрактальный спектр является обобщённым геометрическим образом видовой структуры* сообщества ранее не достижимый известными методами. В свою очередь, график мультифрактального спектра есть геометрическое место точек, соответствующих бесконечному набору фрактальных размерностей, включающих, в нормированном виде, интегральные показатели видовой структуры сообщества. Преимущество же мультифрактального спектра заключается в том, что он объединяет информацию о разных аспектах разнообразия (традиционно получаемую через множество различных индексов) и представляет собой *наглядную графическую иллюстрацию видовой структуры сообщества*.



**Рис. Пространственная динамика мультифрактальных спектров видовой структуры зоопланктонных сообществ Чебоксарского водохранилища для июля 2002 г.**

По оси абсцисс:

$a$  – индекс сингулярности; по оси ординат:  $f(a)$  – спектр сингулярностей.

Номера графиков отвечают взятию проб: 1 – Нижний Новгород, левобережье (Волга),

2 – Нижний Новгород, правобережье (Ока), 3 – Чебоксары, левобережье,

4 – Чебоксары, правобережье.

Условные обозначения фрактальных размерностей соответствуют:

○ – видовому разнообразию по Маргалеву ( $k$ );

△ – видовому разнообразию по Шеннону ( $H$ );

□ – видовому разнообразию по Симпсону.

Одной из особенностей мультифрактального представления видовой структуры сообщества оказывается то, что большая часть известных в экологии индексов разнообразия (Маргалев, Симпсона, Менхайника, Животовского и др.), «укладываются» на кривую функции мультифрактального спектра. Преимущество этой функции состоит в том, что её значения представляют собой размерности неких однородных фрактальных подмножеств из исходного множества, которые дают доминирующий вклад для конкретных моментов распределения. «Находит» свое место на этой кривой и информационный индекс Шеннона – он «располагается» между индексом Симпсона (индексом доминирования) и индексом Маргалева (максимальное значение функции мультифрактального спектра); иными словами, больше реагирует на наличие доминантных видов, чем учитывает редкие. В качестве примера (см. рис.) продемонстрирую изменчивость мультифрактальных спектров видовой структуры сообществ зоопланктона Чебоксарского водохранилища в районе городов Нижний Новгород и Чебоксары (фактически, влияние разных водных масс рек Волга и Ока; Шурганова и др., 2005). Фрактальный анализ позволяет легко убедиться в том, что при слиянии рек Ока и Волга сообщества зоопланктона структурно заметно различаются, а около г. Чебоксары водные массы перемешиваются и сходство сообществ возрастает. Здесь же видно, что оценка только по индексу Шеннона (в большей степени по индексу Симпсона) этих различий не вскрывает. Таким образом, фрактальные формализмы позволяют уйти от вычисления отдельных индексов раз-

нообразия и наглядно представить структуру сообщества в виде мультифрактального спектра.

Однако, фрактальная геометрия (точнее, «буря», происходящая вокруг неё) интересна и в прямую по отношению к названию данной статьи – и она не смогла избежать «борьбы за приоритет».

20. «Мандельброт опубликовал свою работу в конце 1980 года (*ошибка; выше я указывал работу 1975 г. – Г.Р.*), однако С. Кранц в "Математическом информаторе" указал, что математики Р. Брукс и Дж. Мателски обнаружили это множество (*множество Мандельброта. – Г.Р.*) и опубликовали соответствующую работу в 1978 году. До тех пор Брукс и Мателски не придавали особого значения своему открытию, но после публикации статьи Кранца и последовавшего не вполне корректного ответа Мандельброта заявили, что их нужно, по меньшей мере, считать соавторами открытия. Ну и пошло-поехало (благодатное поле для психолога!). Еще один исследователь, Дж. Хаббард, также заявил, что множество Мандельброта наблюдал на дисплее своего компьютера в 1976 году, а его аспирант, Ф. Кочмен, ознакомил Мандельброта с этими исследованиями двумя годами позже. Кроме того, Хаббард, Мателски и Брукс предложили считать истинным открывателем множества французского математика Пьера Фату, описавшего его аж в 1906 году. Оказалось также, что и венгерский математик Ф. Рисс опубликовал работу с близкими к обсуждаемым результатам еще в 1952 году» (Андрианов, 1997, с. 73).

Итак, как же быть в таких ситуациях? Кому вручать лавровый венок «победителя»?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Необходимость измерения биоразнообразия (как, впрочем, и информации) – очевидна. И в большинстве рассмотренных выше случаев следует говорить не о «корнях» энтропийного индекса, а о его «зернах», причем зернах непроросших, поскольку сами упомянутые работы не имели продолжения в исследованиях их авторов или учеников. И Хартли, и, тем более, Клаузиус и Больцман, подходили к своим решениям как к «разовым», специализированным приемам, которые справедливы только для решения конкретной задачи; фон Нейман – просто делился своими идеями. По-видимому, именно Шеннону (Shannon, 1948) принадлежит решающий шаг в этой области: он не только смог сказать, почему это важно и корректно для теории информации, но и смог убедить в этой важности остальных (по тем же основаниям и Мандельброта следует признать и признают творцом фрактальной геометрии...).

Теперь проанализируем, какое название энтропийного индекса чаще используется в научной литературе в целом. Для этого ниже представлены результаты запросов тех или иных названий индексов в двух поисковых системах Интернета:

Запрос	Количество упоминаний	Запрос	Количество упоминаний
<b>Яндекс</b>		<b>Yahoo</b>	
Индекс Шеннона–Уивера	461	Shannon–Weaver index	9200
Индекс Шеннона–Вивера	37	Shannon–Wiener index	19 200
Индекс Шеннона–Винера	101	Shannon index	42 800
Индекс Шеннона–Уинера	0	Shannon's index	1750
Индекс Шеннона	108 000		

Результат опять очень нагляден: из «двойных» названий «у нас» чаще используется индекс Шеннона–Уивера (5 : 1), «у них» – Шеннона–Винера (1 : 2); но абсолютное большинство называет этот индекс – **индексом Шеннона**. Думаю, что это – правильно. А потому хочу извиниться перед Т.М. Михеевой за свою излишнюю категоричность и завершить обсуждение 21-й цитатой из её письма:

21. «Ввиду такой двойственной трактовки авторства, возможно, в будущем следует писать просто "индекс Шеннона"». Этот компромисс (и Вы – правы, и Вы – правы, и ты, Сара, – тоже права) – вполне уместен и справедлив.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

**Абакумов В.А.** Продукционные аспекты биомониторинга пресноводных экосистем // Продукционно-гидробиологические исследования водных экосистем. Л.: Наука, 1987. С. 51-61. – **Алимов А.Ф.** Элементы теории функционирования водных экосистем. СПб.: Наука, 2000. – 147 с. – **Андрианов И.** Кто же открыл фрактал Мандельброта? // Знание – сила. 1997. № 11. С. 70-73.

**Баканов А.И.** Использование зообентоса для мониторинга пресноводных водоемов (обзор) // Биол. внутр. вод. 2000. № 1. С. 68-82.

**Винер Н.** Я – математик. М.: Наука, 1967. 355 с. – **Винер Н.** Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. 2-е изд. М.: Сов. Радио, 1968. 328 с.

**Гелашвили Д.Б., Иудин Д.И., Розенберг Г.С. и др.** Степенной закон и принцип самоподобия в описании видовой структуры сообществ // Поволж. экол. журн. 2004. № 3. С. 227-245. – **Гелашвили Д.Б., Иудин Д.И., Розенберг Г.С., Якимов В.Н.** Элементы фрактальной теории видовой структуры гидробиоценозов // Изв. СамНЦ РАН. 2006. Т. 8, № 1. С. 70-79. – **Гелашвили Д.Б., Иудин Д.И., Розенберг Г.С., Якимов В.Н.** Степенной характер накопления видового богатства как проявление фрактальной структуры биоценоза // Журн. общ. биол. 2007. Т. 68, № 2. – С. 115-124. – **Гиляров А.М.** Индекс разнообразия и экологическая сукцессия // Журн. общ. биол. 1969. Т. 30, № 6. С. 652-657.

**Иудин Д.И., Гелашвили Д.Б., Розенберг Г.С.** Мультифрактальный анализ структуры биотических сообществ // Докл. РАН. 2003. Т. 389, № 2. С. 279-282.

**Колмогоров А.Н.** Интерполяция и экстраполяция стационарных случайных последовательностей // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1941. Т. 5, № 3. С. 18-24. – **Колмогоров А.Н.** Математика – наука и профессия. М.: Наука, 1988. 288 с. – **Котельников В.А.** Теория потенциальной помехоустойчивости. М.: Госэнергоиздат, 1956. 152 с. – **Котельников В., Лесков С.** Желание заниматься наукой заложено в природе человека (интервью). 2003. – [<http://www.inauka.ru/science/article35620>].

**Левич А.П.** Структура экологических сообществ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980. 181 с.

**Мандельброт Б.** Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с. – **Маргалев Р.** Облик биосферы. М.: Наука, 1992. 214 с. – **Михеева Т.М., Лукьянова Е.В.** Направленность и характер многолетних изменений фитоценотической структуры и показателей количественного развития фитопланктонных сообществ Нарочанских озер в ходе эволюции их трофического статуса // Изв. СамНЦ РАН. 2006. Т. 8, № 1. С. 125-140.

**Одум Ю.** Экология: В 2-х т. М.: Мир, 1986. Т. 1. 328 с.; Т. 2. 376 с.

**Петрович Н.Т.** Люди и биты. Информационный взрыв: что он несет. М.: Знание, 1986. 192 с.

**Розенберг Г.С.** Анализ определений понятия «экология» // Экология. 1999. № 2. С. 89-98.

**Свирижев Ю.М., Логофет Д.О.** Устойчивость биологических сообществ. – М.: Наука, 1978. 350 с. – **Серый С.** Клод Элвуд Шеннон // Компьютерные вести. 1998. № 21. – [<http://kv.minsk.by/index1998211801.htm>; <http://book.kbsu.ru/theory/chapter3/shannon.html>].

**Уиттекер Р.** Эволюция и измерение видового разнообразия // Антология экологии (Состав. и коммент. Розенберга Г.С.). Тольятти: ИЭВБ РАН, 2004. С. 297-330.

**Шитиков В.К., Розенберг Г.С., Зинченко Т.Д.** Количественная гидроэкология: методы системной идентификации. Тольятти: ИЭВБ РАН, 2003. 463 с. – **Шитиков В.К., Розенберг Г.С., Зинченко Т.Д.** Количественная гидроэкология: методы, критерии, решения: в 2-х кн. М.: Наука, 2005. Кн. 1. 281 с.; Кн. 2. 337 с. – **Шурганова Г.В., Иудин Д.И., Гелашвили Д.Б., Якимов В.Н.** Мультифрактальный анализ видового разнообразия зоопланктоценозов Чебоксарского водохранилища // Актуальные проблемы рационального использования биологических ресурсов водохранилищ. – Рыбинск: Изд-во "Рыбинский дом печати", 2005. С. 294-309.

Экологическое состояние реки Чапаевка в условиях антропогенного воздействия (Биологическая индикация). Экологическая безопасность и устойчивое развитие Самарской области. Вып. 3. Изд. 2-е / Отв. ред. Т.Д. Зинченко и Г.С. Розенберг. – Тольятти: ИЭВБ РАН, 1997. 342 с.

**Яглом А.М., Яглом И.М.** Вероятность и информация. М.: Наука, 1973. 512 с.

**Bak P., Chao Tang, Wiesenfeld K.** Self-organized criticality // Phys. Rev. A. 1988. V. 38, № 1. P. 364-374.

**Fisher R.A. Corbet A.S., Williams C.B.** The relation between the number of species and the number of individuals in a random sample of an animal population // J. Animal Ecol. 1943. V. 12, № 1. P. 42-58.

**Hartley R.V.L.** Transmission of information // Bell Syst. Techn. J. 1928. V. 7, № 7 P. 535-563.

**MacArthur R.H.** Fluctuation of animal populations and measure of community stability // Ecology. 1955. V. 36, № 3. P. 533-536. – **Margalef R.** La teoria de la information en ecologia // Mem. Real. acad. cienc. y artes Barcelona. 1957. V. 32. P. 373-449. – **Margalef R.** Information theory in ecology // Gen. Syst. 1958. V. 3. P. 36-71. – **Margalef R.** Perspectives in Ecological Theory. Chicago: Univ. Press, 1968. 123 p.

**Pielou E.C.** The measurement of diversity in different types of biological collections // J. Theoret. Biol. 1966a. V. 13. P. 131-144. – **Pielou E.C.** Shannon's formula as a measure of species diversity: its use and misuse // Amer. Natur. 1966b. V. 100. P. 463-465. – **Pielou E.C.** Ecological Diversity. N.Y.: Gordon & Breach Sci. Publ., 1975. 165 p.

**Shannon C.E.** The mathematical theory of communication // Bell Syst. Techn. J. 1948. V. 27. P. 379-423, 623-656. – **Shannon C.E., Weaver W.** The Mathematical Theory of Communication. Urbana: Univ. Illinois Press, 1949. 117 p.

**Washington H.G.** Diversity, biotic and similarity indices. A review with special relevance to aquatic ecosystems // Water Res. 1984. V. 18, № 6. P. 653-694. – **Whittaker R.H.** Evolution and measurement of species diversity // Taxon. 1972. V. 21. P. 213-251.